

Étude complète d'une fonction

Soit  $f$  une fonction

1) Déterminer l'ensemble de définition

- Si  $f$  est une fonction polynôme, alors  $D_f = \mathbb{R}$ .
- Si  $f$  est une fraction, il ne faut pas que le dénominateur soit nul.
- Si  $f$  est une racine carrée, il faut que ce qui est dans la racine soit positif ou nul.

2) Déterminer le sens de variations

- Par composition de fonctions usuelles. (rare...)
  - Par calcul de la fonction dérivée } Très souvent!
- $\Rightarrow$  à l'intervalle sur lequel on dérive!

3) Autres propriétés remarquables

- Tangente en un point  $x_0$ :  $y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$
- Majoration/minoration
- Comparaison avec une autre fonction...



## Variations de fonctions composées (ou associées)

Soient  $f$  et  $g$  deux fonctions. Soient  $\lambda$  et  $k$  deux réels,  
avec  $\lambda \neq 0$

### ① Somme (affinité)

Si  $g(x) = f(x) + k$ , alors  $f$  et  $g$  ont le même sens de variations

### ② Produit

Si  $g(x) = \lambda f(x)$ , alors ...

Si  $\lambda > 0$

$f$  et  $g$  ont le même sens  
de variations

Si  $\lambda < 0$

$f$  et  $g$  ont des sens de  
variations contraires

### ③ Composition par $\sqrt{\quad}$ ou inverse

• Si  $g(x) = \sqrt{f(x)}$ , alors  $f$  et  $g$  ont le même sens de variations.

• Si  $g(x) = \frac{1}{f(x)}$ , alors  $f$  et  $g$  ont des sens de variations  
contraires.

À retenir : La multiplication par un nombre négatif et le  
passage à l'inverse changent les variations.