Généralités sur les suites : exemples rédigés

1. Déterminer les 4 premiers termes de la suite.
2. Conjecturer le terme général de la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$

1 Exercice n° 1

Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ la suite définie par : $\begin{cases} u_1 = 0 \\ \forall n \in \mathbb{N}^*, u_{n+1} = \dfrac{1}{2-u_n} \end{cases}$

Calcul des termes suivants :

- $u_2 = \dfrac{1}{2-u_1} = \dfrac{1}{2-0} = \dfrac{1}{2}$
- $u_3 = \dfrac{1}{2-u_2} = \dfrac{1}{2-\dfrac{1}{2}} = \dfrac{1}{\dfrac{3}{2}} = \dfrac{2}{3}$
- $u_4 = \dfrac{1}{2-u_3} = \dfrac{1}{2-\dfrac{2}{3}} = \dfrac{1}{\dfrac{4}{3}} = \dfrac{3}{4}$
- $u_5 = \dfrac{1}{2-u_4} = \dfrac{1}{2-\dfrac{3}{4}} = \dfrac{1}{\dfrac{5}{4}} = \dfrac{4}{5}$

On conjecture que : $\forall n \in \mathbb{N}^*, u_n = \dfrac{n-1}{n}$

2 Exercice n° 2

Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite définie par : $\begin{cases} u_0 = 1 \\ \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = 10u_n + 1 - 9n \end{cases}$

- $u_1 = 10u_0 + 1 - 9 \times 0 = 10 \times 1 + 1 = 11$
- $u_2 = 10u_1 + 1 - 9 \times 1 = 10 \times 11 + 1 - 9 = 111 - 9 = 102$
- $u_3 = 10u_2 + 1 - 9 \times 2 = 10 \times 102 + 1 - 18 = 1020 + 1 - 18 = 1021 - 18 = 1003$
- $u_4 = 10u_3 + 1 - 9 \times 3 = 10 \times 1003 + 1 - 27 = 10031 - 27 = 10004$

2) On conjecture que $u_n = 10^n + n$

3 À la calculatrice... (TI)

3.1 Mode d'emploi

- Mode : Normal
- Suite
- Non-relié

3.2 Exemples

On peut étudier les premiers termes des suites suivantes, en appuyant sur 2nde, puis Table.

- Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite définie par $\begin{cases} u_0 = 2 \\ \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = u_n + 3 \end{cases}$

  On a :
  * $n_{min} = 0$
  * $u_n = u_{n-1} + 3$
  * $u_{n_{min}} = 2$

- Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ la suite définie par $\begin{cases} u_1 = 0 \\ \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = \dfrac{1}{2 - u_n} \end{cases}$

  On a :
  * $n_{min} = 1$ (car $n \in \mathbb{N}^*$)
  * $u_n = \dfrac{1}{2 - u_{n-1}}$
  * $u_{n_{min}} = 0$

- Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite définie par $\begin{cases} u_0 = 1 \\ \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = 10u_n - 9n + 1 \end{cases}$

  On a :
  * $n_{min} = 0$
  * $u_n = 10u_{n-1} - 9(n-1) + 1$
  * $u_{n_{min}} = 1$