Généralités sur les suites

1 Définition

On appelle « suite numérique » une fonction de $\mathbb{N}$ (ou d'une partie de $\mathbb{N}$) dans $\mathbb{R}$:

Soit une fonction $u : \begin{array}{ccc} \mathbb{N} & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ n & \longrightarrow & u(n) \end{array}$

2 Notation

- La suite u est notée $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ ou plus simplement (u_n).
- Le nombre réel $u(n)$ est noté u_n et est un **terme général** de la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$.
  Attention : ce n'est pas nécessairement le $n^{\text{ième}}$ terme de la suite.

3 Les différents types de suite

Pour calculer un terme, il convient de remplacer n par une valeur bien choisie, dans l'expression du terme général.

3.1 Suite définie par son terme général

Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite définie par $\forall n \in \mathbb{N}, u_n = 2n - 3$

Calculer les termes suivants :

- $u_0 = 2 \times 0 - 3 = -3$; c'est le premier terme de la suite.
- $u_1 = 2 \times 1 - 3 = -1$; c'est le deuxième terme de la suite.
- $u_2 = 2 \times 2 - 3 = 1$; c'est le troisième terme de la suite.
- $u_3 = 2 \times 3 - 3 = 3$; c'est le quatrième terme de la suite.
- $u_{1000} = 2 \times 1000 - 3 = 1997$; c'est le mille-et-unième terme de la suite.

Attention : $u_{n+1} \neq u_n + 1$

En effet, pour tout $n \in \mathbb{N}$, $\left\{ \begin{array}{l} u_{n+1} = 2(n+1) - 3 = 2n + 2 - 3 = 2n - 1 \\ u_n + 1 = (2n - 3) + 1 = 2n - 2 \end{array} \right.$

3.2 Suite définie par une relation de récurrence

Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite définie par : $\begin{cases} u_0 = 2 \\ \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = u_n + 3 \end{cases}$

Calculer les termes suivants :

- $u_0 = 2$
- $u_1 = u_0 + 3 = 2 + 3 = 5$
- $u_2 = u_1 + 3 = 5 + 3 = 8$
- $u_3 = u_2 + 3 = 8 + 3 = 11$

On conjecture que : $\forall n \in \mathbb{N}, u_n = 3n + 2$.

3.3 But

On cherchera toujours, si une suite est exprimée par une relation de récurrence, à l'exprimer par son terme général, car calculer un grand terme est alors beaucoup plus facile, et rapide.