Exercices récapitulatifs
Suites arithmétiques et géométriques

Exercice 1.

1. Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite définie par $u_n = 7n + 4$.
   Montrer que $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite arithmétique dont on déterminera le premier terme et la raison.

2. Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite définie par $u_n = 7 \times 4^n$.
   Montrer que $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est une suite géométrique dont on déterminera le premier terme et la raison.

Exercice 2.

1. Calculer $S_1 = 5 + 12 + 19 + 26 + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots + 2336$.

2. Calculer $S_2 = 7 + 35 + 175 + 875 + \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots + 109375$.

Exercice 3. Un propriétaire a proposé à partir du 1^{er} janvier 2001 (notée année 1) un appartement dont le montant annuel de loyer est, la première année, de 12 000 euros.
Il a envisagé deux types d'augmentation :

Première partie
Dans le premier cas, le loyer annuel augmente de 420 euros chaque 1^{er} janvier.

1. Modéliser cette situation à l'aide d'une suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$.
   On a : $u_1 = 12000$. On calculera u_2 et u_3.
   Quelle sorte de suite est la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$?

2. Quel sera le montant annuel du loyer en 2014 ?

3. En quelle année le loyer dépassera-t-il une fois et demie le montant de la $1^{\text{ère}}$ année ?

4. Quelle sera la somme perçue par le propriétaire au terme des vingts premières années ?

Seconde partie
Dans le deuxième cas, le loyer annuel augmente chaque 1$^{\text{er}}$ janvier de 3 %.

1. Modéliser cette situation à l'aide d'une suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$.
   On a : $v_1 = 12000$. On calculera v_2 et v_3.
   Quelle sorte de suite est la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$?

2. Quel sera le montant annuel du loyer en 2014, arrondi à l'euro près ?

3. En quelle année le loyer dépassera-t-il une fois et demie le montant de la 1$^{\text{ère}}$ année ?

4. Quelle sera la somme perçue par le propriétaire au terme des vingts premières années ?
   On arrondira le résultat à l'euro près.

Exercice 4. Chaque année, la grand-mère de Sylvain a déposé de l'argent dans une tirelire afin de constituer une cagnotte pour son petit-fils.
Elle a commencé le 1$^{\text{er}}$ janvier 2002 par un dépôt de 500 euros.
Depuis lors, elle a effectué un dépôt dans la tirelire, chaque 1$^{\text{er}}$ janvier de l'année $2002 + n$.
On a donc $u_0 = 500$.
On note S_n le montant, exprimé en euros, de la somme contenue dans la tirelire après le dépôt du 1$^{\text{er}}$ janvier de l'année $2002 + n$. On a donc $S_0 = 500$.

1. a) Déterminer u_1 et u_2, puis exprimer u_n en fonction de n.
   b) Déterminer S_1 et S_2, puis exprimer S_n en fonction de n.
   c) Le 1$^{\text{er}}$ janvier 2022, la grand-mère de Sylvain effectuera son dépôt habituel, puis offrira la tirelire à son petit-fils. Quel sera le montant de la somme perçue par Sylvain ?

Avec le cadeau de sa grand-mère, Sylvain effectuera quelques achats, puis ouvrira un compte bancaire et y placera la plus grand partie de la somme qu'il a reçue.
En fait, il place 20000 euros, à intérêts composés, au taux annuel de 6%.
On note c_n le montant, exprimé en euros, du capital disponible sur le compte bancaire de Sylvain après n années de placement.

2. a) Montrer que la suite $(c_n)_{n\,\in\,\mathbb{N}}$ est une suite géométrique dont on déterminera le premier terme et la raison. Puis, on exprimera c_n en fonction de n.
   b) Combien d'années, au minimum, Sylvain devra-t-il attendre pour disposer d'une somme de 30000 sur son compte bancaire ?