2 Exercices

2.1 Exercice nº 1

On considère la suite (a_n) définie par $\begin{cases} a_0 = 0,5 \\ \forall n \in \mathbb{N}, a_{n+1} = 0,5a_n + 0,4 \end{cases}$

a) On considère la suite (u_n) définie pour tout nombre entier naturel n strictement positif par $u_n = a_n - 0,8$.
Montrer que la suite (u_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme.

b) Donner l'expression de u_n en fonction de n, puis en déduire que pour tout nombre entier naturel n strictement positif, $a_n = 0,8 - 0,3 \times 0,5^{n-1}$.

c) Déterminer la limite de (u_n) et en déduire la limite de (a_n).

2.2 Exercice nº 2

On considère la suite (u_n) par $\begin{cases} u_0 = 0,45 \\ \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = 0,75u_n + 0,15 \end{cases}$

On définit, pour tout nombre entier naturel n, la suite (w_n) par $w_n = u_n - 0,6$.

a) Montrer que la suite (w_n) est une suite géométrique de raison $0,75$.

b) Déterminer l'expression de w_n en fonction de n et l'expression de u_n en fonction de n.

c) Quelle est la limite de la suite (w_n) ? En déduire la limite de la suite (u_n).
Interpréter le résultat dans le contexte de cet exercice.

2.3 Exercice nº 3

Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite définie par : $\begin{cases} u_0 = 10 \\ \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = \dfrac{1}{2}u_n - 3 \end{cases}$

1. Déterminer u_1, u_2, u_3 et u_4.
2. Soit $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite définie par $v_n = u_n + 6$. Montrer que $(v_n)_{v\in\mathbb{N}}$ est une suite géométrique dont on déterminera le premier terme et la raison.
3. Exprimer v_n en fonction de n, puis u_n en fonction de n.
4. Déterminer $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n$ puis $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

2.4 Exemple nº 4

Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite définie par : $\begin{cases} u_0 = 10 \\ \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = -\dfrac{1}{2}u_n + 3 \end{cases}$

1. Déterminer u_1, u_2, u_3 et u_4.
2. Soit $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite définie par $v_n = u_n - 2$. Montrer que $(v_n)_{v\in\mathbb{N}}$ est une suite géométrique dont on déterminera le premier terme et la raison.
3. Exprimer v_n en fonction de n, puis u_n en fonction de n.
4. Déterminer $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n$ puis $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$