

TS

Exercices de manipulation du symbole Σ

Rappel: Soit $n \in \mathbb{N}^*$.

$$\text{Alors } \sum_{i=1}^n i = \frac{n(n+1)}{2} \text{ et } \sum_{i=1}^n i^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

- Calculer explicitement les sommes suivantes:

$$\cdot \sum_{i=5}^{10} (3i - 4)^2$$

$$\cdot \sum_{i=0}^{10} (-4i - 5)^2$$

- Exprimer en fonction de n les sommes suivantes:

$$\cdot \sum_{k=1}^n k(k+1)$$

$$\cdot \sum_{k=1}^n 3k(3k+5)$$

- Montrer les 2 formules du rappel par récurrence sur n .

- Donner la valeur de la somme des entiers impairs entre 1 et 1000

- On note $n! = 1 \times 2 \times 3 \times \dots \times n = \prod_{k=1}^n k$. (la "factorielle",
On pose $1! = 1$.

Soit (u_n) la suite définie par $u_n = \sum_{k=1}^n \frac{k}{(k+1)!}$, pour $n \geq 1$.

Calculer les premiers termes de (u_n) , conjecturer une formule explicite,
et la démontrer par récurrence sur $n \in \mathbb{N}^*$.