
Exercices pour le 14 janvier 2017

1 Fonctions associées

Exercice 1. (2 minutes par fonction)

Déterminer l'ensemble de définition des fonctions suivantes et le sens de variation de chaque fonction sur les intervalles des ensembles de définition respectifs :

- $f_1(x) = \sqrt{x} - 3$
- $f_2(x) = -2\sqrt{x} + 5$
- $f_3(x) = 1 - \frac{2}{x}$
- $f_4(x) = \frac{2}{3x}$
- $f_5(x) = \sqrt{x-3}$
- $f_6(x) = \sqrt{1-2x}$
- $f_7(x) = \sqrt{x^2-1}$
- $f_8(x) = \frac{1}{x-2}$
- $f_9(x) = \frac{1}{1-2x}$
- $f_{10}(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}$

2 Fonction valeur absolue

Exercice 2. (30 secondes par calcul = 2 minutes au total)

Déterminer la valeur des quantités suivantes, pour $x = 1$ et $x = 5$:

- $A(x) = 3 - x$
- $B(x) = |3 - x|$

Exercice 3. Résoudre sur \mathbb{R} les équations suivantes :

- $|x| = 3$ (1 minute)
- $|x| = -2$ (30 secondes)
- $|x| = 1 - \sqrt{2}$ (1 minute 30)
- $|x| = |1 - \sqrt{2}|$ (1 minute 30)
- $|x + 3| = |5 - x|$ (2 minutes)
- $\sqrt{x^2 + 2x + 1} = 3$ (2 minutes)
- $\sqrt{x+1}^2 = 3$ (1 minute 30)
- $|x^2 - x + 1| = 3$ (5 minutes)

Exercice 4. Résoudre sur \mathbb{R} les inégalités suivantes :

- $|x| < 2$ (1 minute)
- $|x| > 2$ (1 minute 30)
- $|x| > -2$ (30 secondes)
- $|x| < -2$ (30 secondes)
- $|x - 1| < 3$ (1 minute 30)
- $\sqrt{16x^2 - 8x + 1} > 3$ (2 minutes)

Exercice 5. (3 minutes par équation = 6 minutes au total)

Résoudre sur \mathbb{R} les deux équations suivantes :

- $|-3x + 4| + |-5 + x| = 10$
- $|2x - 1| \leq |x + 2|$

3 Trinômes du second degré

Exercice 6. (moins de 8 minutes par fonction = environ 30 minutes au total)

Étudier les fonctions suivantes sur \mathbb{R} en donnant : leur forme développée, leur forme factorisée, leur forme canonique, leur tableau de variation, leur tableau de signe les coordonnées du sommet de leur représentation graphique.

Veillez à bien nommer les différentes quantités que vous trouverez au fur et à mesure (α , β , les racines x_0 , x_1 ou x_2 , etc...)

- $f(x) = 2x^2 - 3x + 5$
- $g(x) = x^2 + 2x + 3$
- $h(x) = -3x^2 - x + 4$
- $i(x) = -x^2 + 2x - 1$

Exercice 7. (environ 5 minutes par question)

Résoudre les équations et inéquations suivantes sur \mathbb{R} :

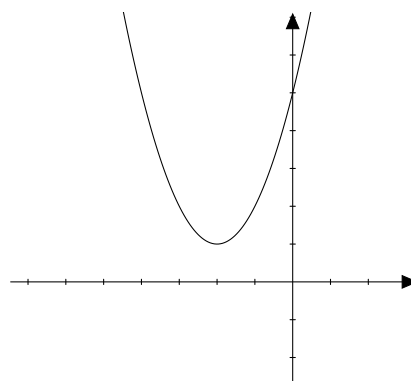
- $\frac{2 - 2x}{x} - x + 1 = 0$
- $1 + \frac{4}{x + 2} - \frac{3x - 2}{x^2 + 2x} < 0$
- $\frac{6x^2 + 7x - 3}{3x - x^2} \geq 1$ (10 minutes)

Exercice 8.

On considère une fonction f définie sur \mathbb{R}
par $f(x) = ax^2 + bx + c$ où a , b et c sont trois entiers réels avec a non nul.

Sur le graphique ci-dessous sont tracés les axes du repère et la parabole qui représente f dans ce repère.

Déterminer, en justifiant la réponse le signe de a , c , b , Δ et $f(x)$ (toute réponse non justifiée ne sera pas évaluée).



4 Vecteurs du plan et équations de droites

Exercice 9. [Montrer que deux droites sont parallèles]

Soit ABC un triangle quelconque.

1. (1 minute 30) Construire les points M et P tels que $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BP} = \overrightarrow{BA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{CB}$.
2. (3 minutes maximum !) Montrer que : $\overrightarrow{CM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{BP} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$.
3. (30 secondes) Que peut-on en déduire sur les droites (CM) et (BP) .

Exercice 10. [Démontrer que 3 points sont alignés]

Soit ABC un triangle.

1. (1 minute 30) Construire les points D et I tels que $\overrightarrow{CD} = 3\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{BI} = \frac{1}{4}\overrightarrow{BC}$.
2. (2 minutes) Montrer que : $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC} + 3\overrightarrow{AB}$.
3. (1 minute 30) Exprimer le vecteur \overrightarrow{AI} en fonction des vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{AC} .
4. (1 minute 30 + 30 secondes) En déduire une relation entre les vecteurs \overrightarrow{AI} et \overrightarrow{AD} .
Quelle conclusion peut-on tirer de ce résultat ?

Exercice 11. [Démontrer que 3 points sont alignés]

Soit AGF un triangle et les points B et C tels que $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{AG} + \overrightarrow{AF}$ et $\overrightarrow{GC} = \frac{1}{3}\overrightarrow{GF}$.

Démontrer que les points A , B et C sont alignés :

- en utilisant le calcul vectoriel.
- en choisissant un repère du plan.

Exercice 12. [VRAI / FAUX]

Pour montrer qu'une propriété est vraie, il faut le prouver.

Pour montrer qu'une propriété est fautive, il faut et il suffit de trouver un contre exemple

1. La droite d'équation $2x - 3y - 5 = 0$ admet pour vecteur directeur $\vec{u} \begin{pmatrix} -3 \\ 2 \end{pmatrix}$.
2. Les droites \mathcal{D} et \mathcal{D}' d'équations respectives $2x - y + 1 = 0$ et $-4x + 2y - 5 = 0$ sont-elles parallèles.
3. Soit \mathcal{D} la droite passant par $A(3, -2)$ et de vecteur directeur $\vec{u} \begin{pmatrix} 1 \\ -3 \end{pmatrix}$.
Déterminer une équation cartésienne de \mathcal{D} .
4. Soit $A(1, 4)$ et $B(-1, 3)$.
 - a) Déterminer une équation cartésienne de la droite (AB) .
 - b) Déterminer une équation cartésienne de la droite passant par B et parallèle à la droite \mathcal{D}' d'équation : $2x - 3y - 2 = 0$.

Exercice 13. [Lien entre équation réduite et équations cartésiennes]

Déterminer l'équation réduite des droites suivantes et préciser pour chacune d'elles les coordonnées d'un vecteur directeur :

- $D_1 : 4x + 2y - 5 = 0$
- $D_2 : 5x - 3 = 0$
- $D_3 : 6y + 9 = 0$

Représenter graphique dans un repère orthonormal les droites D_1 , D_2 et D_3 .

5 Suites

Refaire le DS.