Probabilités continues - sujets de bac 2017

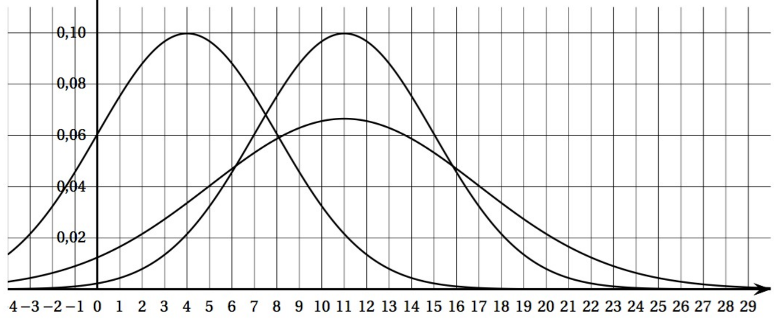
Exercice 1. [Pondichéry avril 2017, Exercice 2, partie B / 3 points] Un marathon est une épreuve sportive de course à pied.
Dans cet exercice, tous les résultats approchés seront donnés à 10^{-3} près.

On suppose que le temps en minutes mis par un marathonien pour finir le marathon de Tartonville est modélisé par une variable aléatoire T qui suit une loi normale d'espérance $\mu = 250$ et d'écart type $\sigma = 39$.

1. Calculer $P(210 \leqslant T \leqslant 270)$.
2. Un coureur est choisi au hasard parmi les coureurs qui ont mis entre 210 minutes et 270 minutes pour finir le marathon.
   Calculer la probabilité que ce coureur ait terminé la course en moins de 240 minutes.
3. **a.** Calculer $P(T \leqslant 300)$.
   b. Par la méthode de votre choix, estimer la valeur du nombre réel t, arrondi à l'unité, vérifiant $P(T \geqslant t) = 0,9$.
   c. Interpréter le résultat obtenu dans le cadre de l'exercice.

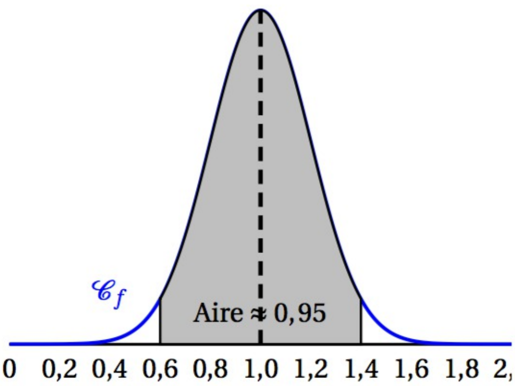
Exercice 2. [Amérique du Nord 2017, Exercice 3 partie B / 3,5 points] D'après l'AFDIAG (Association Française Des Intolérants au Gluten), la maladie cœliaque, aussi appelée intolérance au gluten, est une des maladies digestives les plus fréquentes.
L'AFDIAG a fait une enquête et a constaté que la maladie cœliaque était diagnostiquée en moyenne 11 ans après les premiers symptômes.
On note X la variable aléatoire représentant le temps en années mis pour diagnostiquer la maladie cœliaque à partir de l'apparition des premiers symptômes.
On admet que la loi de X peut être assimilée à la loi normale d'espérance $\mu = 11$ et d'écart-type $\sigma = 4$.

1. Calculer la probabilité que la maladie soit diagnostiquée entre 9 ans et 13 ans après les premiers symptômes. Arrondir le résultat à 10^{-3}.
2. Calculer $p(X \leqslant 6)$. Arrondir le résultat à 10^{-3}.
3. Sachant que $p(X \leqslant a) = 0,84$, donner la valeur de a arrondie à l'unité.
   Interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.
4. Laquelle de ces trois courbes représente la fonction de densité de la loi normale d'espérance $\mu = 11$ et d'écart-type $\sigma = 4$? Justifier le choix. On pourra s'aider des réponses aux questions précédentes.



Exercice 3. [QCM, chaque question / 1 point]

1. (Liban, Juin 2017) On considère une variable aléatoire X suivant une loi normale. La courbe ci-dessous représente la fonction de densité f associée à la variable X.



   1. L'espérance de X est $0,4$.

   2. L'espérance de X est $0,95$.

   3. L'écart-type de X est environ $0,4$.

   4. L'écart-type de X est environ $0,2$.

2. (Centres étrangers, juin 2017) Une variable aléatoire X suit une loi uniforme sur l'intervalle $[1; 9]$, alors :

   1. $p(1 < X < 9) = \dfrac{1}{8}$

   2. $p(5 < X < 9) = \dfrac{1}{2}$

   3. $p(1 < X < 3) = \dfrac{3}{8}$

   4. $p(1 < X < 2) = \dfrac{1}{2}$

3. (Antilles-Guyane, juin 2017) Dans une station de ski, le temps d'attente à un télésiège donné, exprimé en minute, peut être modélisé par une variable aléatoire X qui suit la loi uniforme sur l'intervalle $[0; 5]$.

   1. L'espérance de cette loi X est $\dfrac{2}{5}$.

   2. $p(X > 2) = \dfrac{3}{5}$.

   3. $p(X \leqslant 2) = \dfrac{3}{5}$.

   4. $p(X \leqslant 5) = 0$.

4. (Antilles-Guyane, juin 2017 Une machine remplit des flacons dont le volume annoncé est de 100 mL. On admet que le volume contenu dans le flacon peut être modélisé par une variable aléatoire Y qui suit la loi normale d'espérance 100 mL et d'écart type 2 mL.

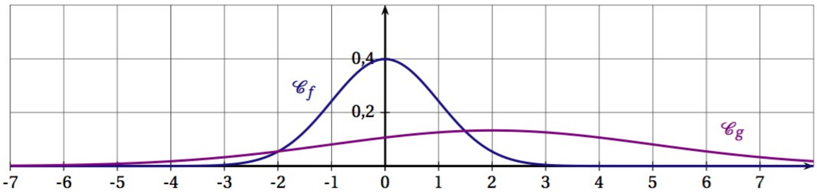
   1. $p(Y \leqslant 100) = 0,45$.

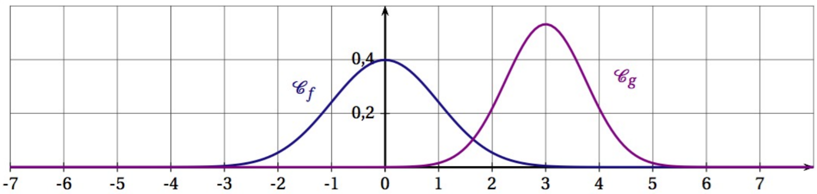
   2. $p(Y > 98) = 0,75$.

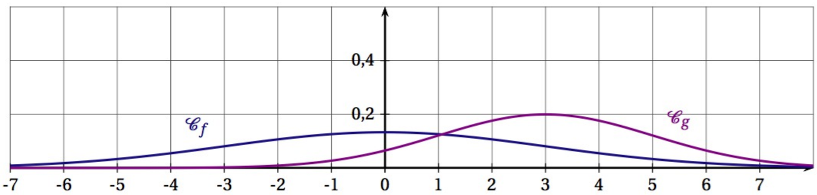
   3. $p(96 \leqslant Y \leqslant 104) \approx 0,95$.

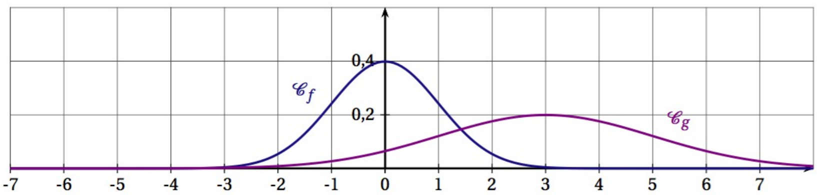
   4. $p(Y \leqslant 110) \approx 0,85$.

5. (Antilles-Guyane, juin 2017 La fonction f est la fonction densité de probabilité associée à la loi normale centrée réduite $\mathcal{N}(0;1)$. La fonction g est la fonction de densité de probabilité associée à la loi normale de moyenne $\mu = 3$ et d'écart type $\sigma = 2$. La représentation graphique de ces deux fonctions est :

1. 

2. 

3. 

4. 

6. (Métropole - copies volées - juin 2017) Si X est une variable aléatoire qui suit la loi normale d'espérance $\mu = 3$ et d'écart type $\sigma = 1$ alors $P(X \leqslant 2,5)$ a pour valeur approchée arrondie au centième :

1. 0,16

2. 0,26

3. 0,31

4. 0,54

7. (Métropole - copies volées - juin 2017) Soit Y une variable aléatoire qui suit la loi normale d'espérance 0 et d'écart-type σ. Si $P(-5 \leqslant Y \leqslant 5) \approx 0,95$ alors, parmi les réponses suivantes, la meilleure valeur approchée de σ est :

1. 5

2. 2,5

3. 1,3

4. 0,95

Exercice 4. [Centres étrangers juin 2017, Exercice 4 partie B / 2 points] Une base nautique propose la location de différentes embarcations pour visiter les gorges du Verdon. Les touristes peuvent louer des kayaks, des pédalos ou des bateaux électriques, pour une durée de 1 heure ou 2 heures.
Dans cette partie les résultats seront arrondis au millième.
Les bateaux électriques sont équipés d'une batterie d'une autonomie moyenne de 500 minutes. Les batteries des bateaux sont rechargées uniquement à la fin de chaque journée d'utilisation. On note X la variable aléatoire correspondant à la durée de fonctionnement de la batterie d'un bateau, exprimée en minutes. On admet que X suit la loi normale d'espérance $\mu = 500$ et d'écart-type $\sigma = 10$.

1. À l'aide de la calculatrice, calculer $p(490 < X < 520)$.
2. Chaque jour, les bateaux sont utilisés pendant une durée de 8 heures sans être rechargés. Déterminer la probabilité que la batterie d'un bateau soit déchargée avant la fin de la journée.
3. Déterminer l'entier a tel que $p(X < a) \approx 0,01$.
   Interpréter le résultat dans le contexte de l'exercice.

Exercice 5. [Polynésie juin 2017, Exercice 2 partie C / 2 points] Selon une enquête menée en 2013 par l'association « Prévention Routière », le coût moyen d'obtention du permis de conduire atteignait environ 1500 euros . On décide de modéliser le coût d'obtention du permis de conduire par une variable aléatoire X qui suit la loi normale d'espérance $\mu = 1500$ et d'écart-type $\sigma = 410$.

1. Déterminer une valeur approchée à 10^{-2} près de la probabilité que le coût du permis de conduire soit compris entre 1090 euros et 1910 euros .
2. Déterminer $P\,(X \leqslant 1155)$.
   On donnera le résultat sous forme approchée à 10^{-2} près.
3. **a.** Par la méthode de votre choix, estimer la valeur du nombre réel a arrondi à l'unité, vérifiant $P\,(X \geqslant a) = 0,2$.
   b. Interpréter ce résultat dans le cadre de l'énoncé.

Exercice 6. [Métropole, juin 2017, Exercice 1 Questions 1 et 2 / 3 points) Dans cet exercice, tous les résultats seront arrondis au millième près.

1. Un supermarché dispose de plusieurs caisses. Un client qui se présente à une caisse doit attendre un certain temps T_1 avant d'être pris en charge par le caissier. On considère que ce temps d'attente T_1 exprimé en minute, est une variable aléatoire qui suit la loi uniforme sur l'intervalle $[0\,;\,12]$.

   a. Quelle est la probabilité qu'un client attende au moins 5 minutes avant d'être pris en charge ?

   b. Quel est le temps moyen d'attente à une caisse ?

2. Le gérant du magasin décide de mettre à disposition des clients des caisses automatiques, de façon à réduire le temps d'attente pour les clients ayant un panier contenant peu d'articles. Le temps d'attente T_2, exprimé en minute, à chacune de ces caisses automatiques est modélisé par une variable aléatoire qui suit la loi normale de moyenne 5 et d'écart type $1,5$. Calculer la probabilité que le temps d'attente à une caisse automatique soit compris entre $0,75$ minute et 6 minutes.