Fonction exponentielle : cours

1) Définition

La fonction $x \mapsto e^x$ est l'unique fonction qui vérifie :

$$f' = f \text{ et } f(0) = 1$$

2) Propriétés générales

$x \mapsto e^x$ est continue et dérivable sur $\mathbb{R}$.

3) Signe

$\forall x \in \mathbb{R}$, $e^x > 0$.

4) Limites

- $\lim\limits_{x \to +\infty} e^x = +\infty$
- $\lim\limits_{x \to -\infty} e^x = 0^+$

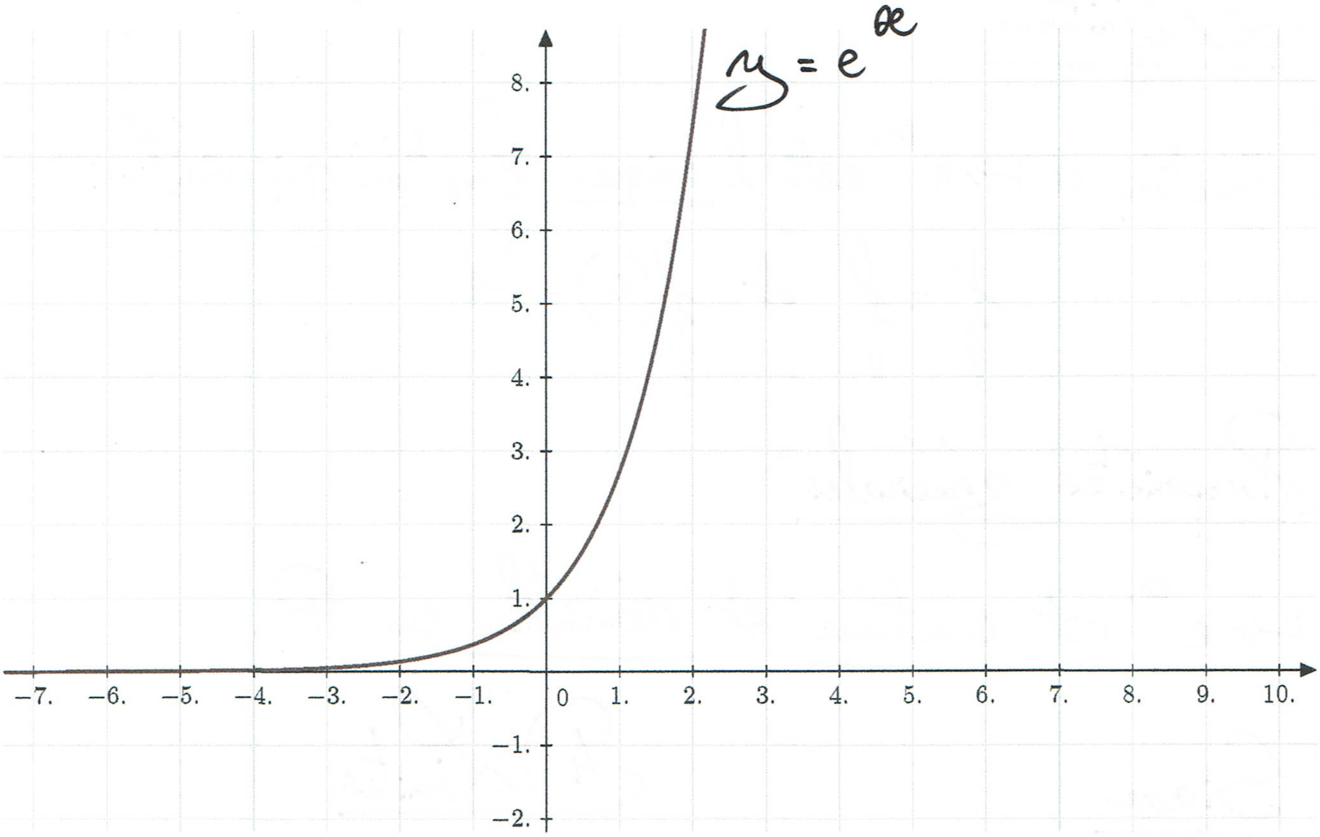
5) Variations

Comme $x \mapsto e^x$ est sa propre dérivée (par définition) et : $\forall x \in \mathbb{R}$, $e^x > 0$, la fonction exponentielle est strictement croissante sur $\mathbb{R}$.

6) Propriétés de calcul

- $e^{a+b} = e^a \times e^b$
- $e^{a-b} = \dfrac{e^a}{e^b}$ (En particulier : $e^{-a} = \dfrac{1}{e^a}$)
- $(e^a)^n = e^{an}$ (En particulier : $(e^a)^2 = e^{2a}$)

7) Représentation graphique



8) Autres propriétés utiles

- $e^a = e^b \Leftrightarrow a = b$
- $e^a < e^b \Leftrightarrow a < b$
- $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{e^x - 1}{x} = 1$ (Taux d'accroissement en 0)
- Équation de la tangente en 0 : $y = x + 1$
- f est convexe sur $\mathbb{R}$, donc $\mathcal{C}_f$ est au-dessus de ses tangentes.

En particulier : $\forall x \in \mathbb{R}, \; e^x \geqslant x + 1$

- $\lim\limits_{x \to -\infty} x e^x = 0^+$
- $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{e^x}{x} = +\infty$